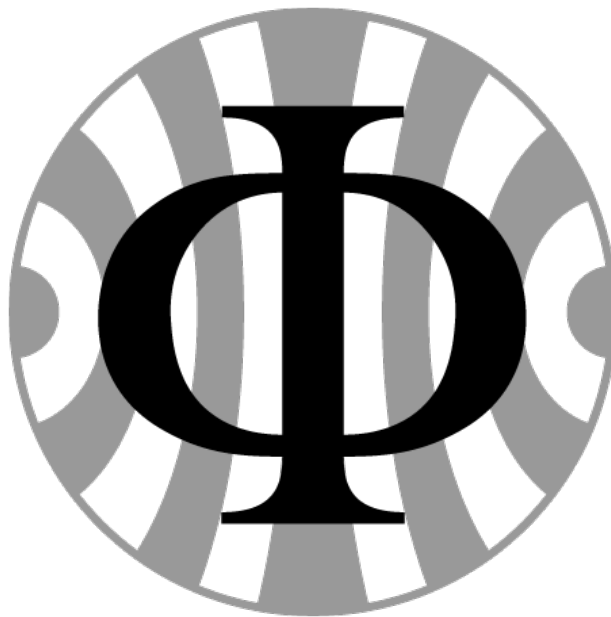


# Versuch 256

PAP 2.2, [1]

010.03.2025



[2]

Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 1

# Inhaltsverzeichnis

|          |                                                        |           |
|----------|--------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>                                      | <b>1</b>  |
| 1.1      | Motivation . . . . .                                   | 1         |
| 1.2      | Messverfahren . . . . .                                | 1         |
| 1.3      | Grundlagen aus der Physik . . . . .                    | 1         |
| <b>2</b> | <b>Durchführung</b>                                    | <b>2</b>  |
| 2.1      | Messprotokoll . . . . .                                | 2         |
| <b>3</b> | <b>Auswertung</b>                                      | <b>3</b>  |
| 3.1      | Berechnug der Rydberg-Energie mit $K_\alpha$ . . . . . | 3         |
| 3.2      | Berechnug der Rydberg-Energie mit $K_\beta$ . . . . .  | 4         |
| <b>4</b> | <b>Zusammenfassung und Diskussion</b>                  | <b>6</b>  |
| <b>5</b> | <b>Anhang</b>                                          | <b>7</b>  |
| 5.1      | Spektren . . . . .                                     | 7         |
| 5.2      | Code . . . . .                                         | 8         |
|          | <b>Quellen- und Literaturverzeichnis</b>               | <b>10</b> |

# 1. Einleitung

## 1.1 Motivation

Das Experiment zur Röntgenfluoreszenz dient der Analyse von Materialien auf Basis ihrer charakteristischen Röntgenemissionen. Durch den Beschuss von Metallproben mit Röntgenstrahlung können Elemente anhand ihrer Fluoreszenzstrahlung identifiziert werden. Dies hat bedeutende Anwendungen in der Materialwissenschaft, der Archäologie und der Umweltanalytik. Ziel dieses Experiments ist es, die Energien der charakteristischen  $K\alpha$ - und  $K\beta$ -Strahlen für verschiedene Elemente zu bestimmen und das Moseley'sche Gesetz experimentell zu überprüfen.

## 1.2 Messverfahren

Das Experiment verwendet eine Röntgenröhre mit einer Molybdän-Anode als Strahlungsquelle. Die emittierte Fluoreszenzstrahlung wird mit einem Halbleiterdetektor erfasst, dessen Ausgangssignale proportional zur Energie der einfallenden Röntgenphotonen sind. Ein Vielkanalanalysator wandelt diese Signale in ein Spektrum um, das zur Energiekalibrierung und zur Analyse der Elementzusammensetzung verwendet wird. Die Kalibrierung erfolgt über bekannte  $K\alpha$ -Linien von Eisen und Molybdän. Anschließend werden Proben untersucht, um deren charakteristische Linien zu identifizieren.

## 1.3 Grundlagen aus der Physik

Trifft Röntgenstrahlung auf ein Atom, können Elektronen aus inneren Schalen herausgelöst werden. Die entstehenden Leerstellen werden durch Elektronen aus höheren Schalen aufgefüllt, wobei charakteristische Röntgenstrahlung emittiert wird – die Röntgenfluoreszenz.

Die Energie der emittierten Strahlung lässt sich mit dem Bohrschen Atommodell berechnen:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = chR_\infty \left( \frac{(Z - \sigma_{n_1})^2}{n_1^2} - \frac{(Z - \sigma_{n_2})^2}{n_2^2} \right) \quad (1.1)$$

Hierbei sind  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $Z$  die Kernladungszahl und  $R_\infty$  die Rydberg-Konstante. Die Abschirmkonstanten  $\sigma_{n_1}$  und  $\sigma_{n_2}$  berücksichtigen die Beeinflussung der Kernladung durch andere Elektronen.

Für den speziellen Fall der  $K\alpha$ -Strahlung ( $n_1 = 1, n_2 = 2$ ) kann für mittlere Elemente ( $Z \approx 30$ ) die Abschirmkonstante näherungsweise als  $\sigma_{12} \approx 1$  gesetzt werden. Das Moseley'sche Gesetz vereinfacht sich dann zu:

$$\sqrt{\frac{E_\alpha}{E_R}} = (Z - 1) \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} \quad (1.2)$$

Dieses Gesetz zeigt die lineare Abhängigkeit der Energie der  $K\alpha$ -Strahlung von der Kernladungszahl  $Z$ , was die Identifikation unbekannter Elemente ermöglicht.

Der verwendete Halbleiterdetektor basiert auf einem pn-Übergang in Sperrrichtung. Trifft ein Röntgenphoton auf die Verarmungszone, werden Elektron-Loch-Paare erzeugt, deren Anzahl proportional zur Energie des Photons ist. Diese Signale werden verstärkt und mit einem Vielkanalanalysator ausgewertet.

## 2. Durchführung

### 2.1 Messprotokoll

10.03.25

Neutronenaktivität  
Versuch 256Jonathan Rodemers  
Manuel Sengraf

Geräte

→ Röntgengerät mit Röntgenröhre

→ Röntgenanalogelektrode

→ Multikanalanalysator

→ Metallprobe

→ Canyon

Werte: Fe:  $\mu_1 = 85$   $\sigma = 2$   $A_i = 506,17$ Mo:  $\mu_1 = 230$   $\sigma = 2$   $A_i = 439,3$ 

Reihenfolge: Fe, Mo, Ti, Ni, Cu, Zr, Zn, Ag.

Ti:  $\mu_A = 4,86 \text{ keV}$   $\sigma_A = 0,2 \text{ keV}$   
 $\mu_B = 5,0 \text{ keV}$   $\sigma_B = 0,21 \text{ keV}$ Ni:  $\mu_A = 7,31 \text{ keV}$   $\sigma_A = 0,38 \text{ keV}$   
 $\mu_B = 8,3 \text{ keV}$   $\sigma = 0,21 \text{ keV}$ Cu:  $\mu_A = 7,5 \text{ keV}$   $\sigma_A = 0,3 \text{ keV}$   
 $\mu_B = 8,8 \text{ keV}$   $\sigma_B = 0,3 \text{ keV}$ Zr:  $\mu_A = 14,4 \text{ keV}$   $\sigma_A = 0,4 \text{ keV}$   
 $\mu_B = 17,6 \text{ keV}$   $\sigma_B = 0,2 \text{ keV}$ Zn:  $\mu_A = 8,65 \text{ keV}$   $\sigma_A = 0,3 \text{ keV}$   
 $\mu_B = 9,6 \text{ keV}$   $\sigma_B = 0,2 \text{ keV}$ Ag:  $\mu_A = 2,3 \text{ keV}$   $\sigma_A = 0,1 \text{ keV}$   
 $\mu_B = 24,9 \text{ keV}$   $\sigma_B = 0,13 \text{ keV}$ Fe:  $\mu_A = 6,5 \text{ keV}$   $\sigma_A = 0,31 \text{ keV}$   
 $\mu_B = 1,1$   $\sigma_B = 0,67$ Mo:  $\mu_A = 17,6 \text{ keV}$   $\sigma_A = 0,48$   
 $\mu_B = 19,63 \text{ keV}$   $\sigma_B = 0,25$ 

1: Fe, Cu, Ni Edelstahl

2: Cu + Zn

3: Cu + Zn (Messig)

4: Ni → Messig + Unbekannt

V.K.

### 3. Auswertung

#### 3.1 Berechnung der Rydberg-Energie mit $K_\alpha$

Der Graph mit den jeweiligen Spektren befindet sich im Anhang.

Nach dem Eintragen der Messwerte der Gaussfits und der Fehlerrechnung für  $\Delta\sqrt{E_\alpha}$ :

$$\Delta\sqrt{E_\alpha} = \frac{\Delta E_\alpha}{2\sqrt{E_\alpha}} \quad (3.1)$$

haben wir die Werte für  $\sqrt{E_\alpha}$  gegen die Kernladungszahl geplottet und haben folgendes Bild erhalten:

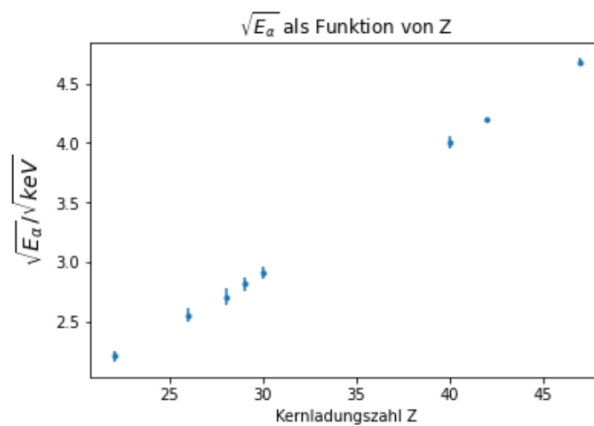


Abbildung 3.1:  $\sqrt{E_\alpha}$  vs. Z

Weiter noch Fitten wir die Lieneare Funktion:

$$\sqrt{E_\alpha} = \sqrt{E_R}(Z - \sigma_{12})\sqrt{\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)} \quad (3.2)$$

Dabei erhalten wir für die Fitparameter gerade  $\sqrt{E_R}$  und  $\sigma_{12}$ .

Der Fit ergibt folgendes Bild:

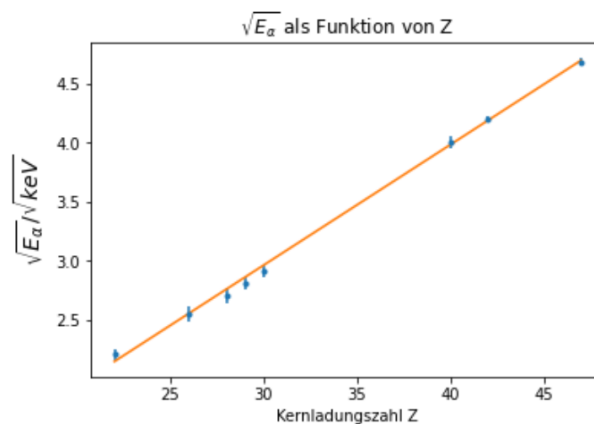


Abbildung 3.2:  $\sqrt{E_\alpha}$  vs. Z mit Fit

Die gefundenen Fitparameter sind also:

$$\sqrt{E_R} = (0.1176 \pm 0.0017) \sqrt{\text{keV}}$$

und

$$\sigma_{12} = (0.9 \pm 0,6)$$

Wir berechnen hieraus nun noch die Rydbergenergie  $E_R$ , indem wir  $\sqrt{E_R}$  quadrieren, der Fehler berechnet sich dann mit:

$$\Delta E_R = 2\sqrt{E_R} \cdot \Delta\sqrt{E_R} \quad (3.3)$$

So erhalten wir für die Rydbergenergie:

$$E_R = (13,8 \pm 0,4) \text{ eV}$$

Im Vergleich zu den Literaturwerten aus dem Skript. ( $\approx 13,6$ ) [2] ergibt sich eine unsignifikante Abweichung von  $0,5 \sigma$ .

### 3.2 Berechnung der Rydberg-Energie mit $K_\beta$

Wir gehen analog vor wie bei der Berechnung mittels der  $K_\alpha$  Strahlung, ändern für den Fit allerdings die Hauptquantenzahl  $n_2$  von 2 auf 3.

Der so erhaltene Plot sieht so aus:

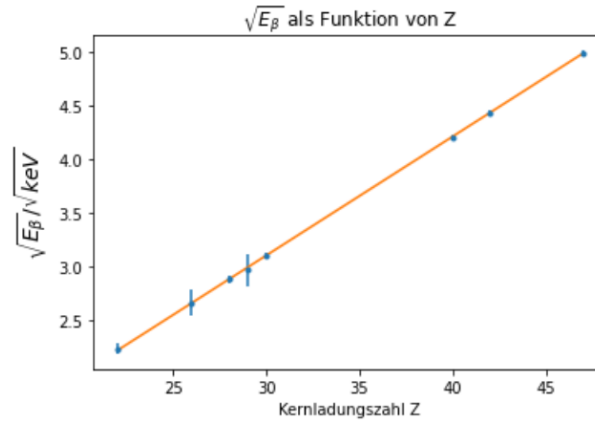


Abbildung 3.3:  $\sqrt{E_R}$  Vs.  $Z$  mit Fit über  $E_\beta$

Die jeweiligen Fit werden sind:

$$\sqrt{E_R} = (0,1174 \pm 0,0004) \sqrt{\text{keV}}$$

und als Abschirmung:

$$\sigma_{12} = (1,97 \pm 0,12)$$

Analog zu  $K_\alpha$  berechnen wir  $E_R$  und erhalten:

$$E_R = (13,78 \pm 0,09) \text{ eV}$$

Welches einer Abweichung vom Literaturwert von  $2\sigma$  entspricht. Die Methode mittels der  $K_\alpha$  Strahlung ist also etwas präziser.

Ein Vergleich der beiden Methoden, also zwischen  $k_\alpha$  und  $K_\beta$  zeigt eine Abweichung der beiden Werte voneinander von  $0,05\sigma$ .

Letzendlich wurden noch unbekannte Legierungen bestimmt. Die jeweilig herausgefundenen Zusammensetzungen sind im Messprotokoll vermerkt.

## 4. Zusammenfassung und Diskussion

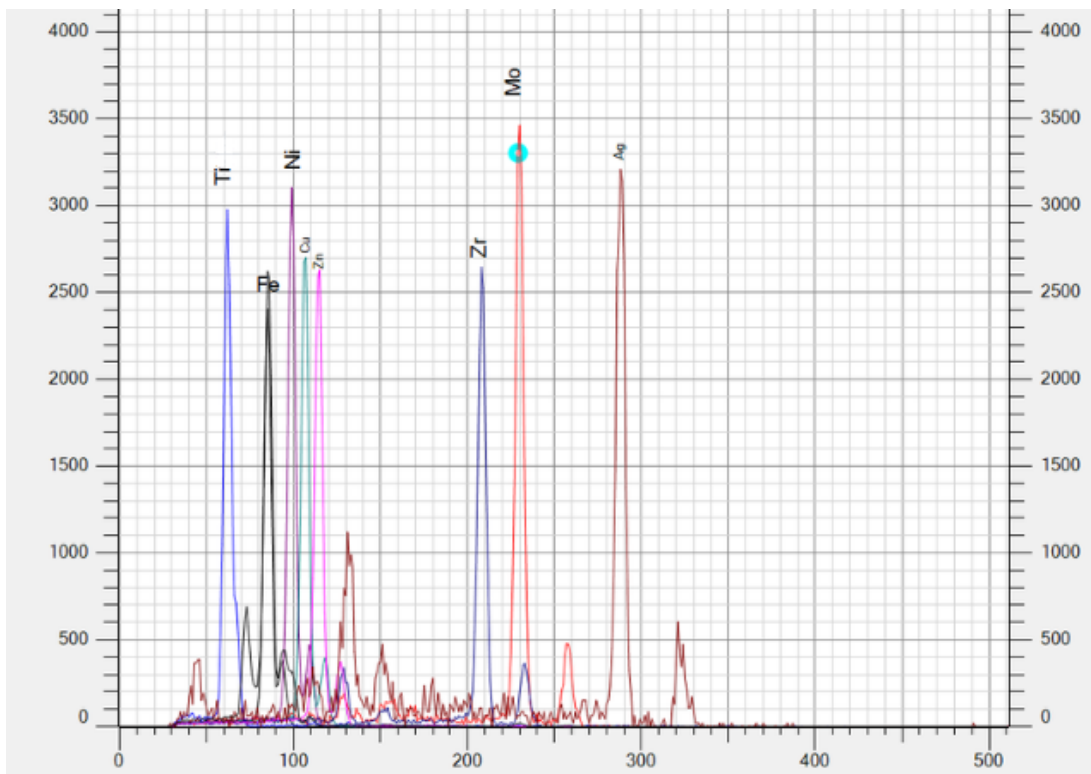
Im Experiment wurde die Röntgenfluoreszenz verschiedener Metallproben untersucht, indem die Energien der charakteristischen  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Strahlen bestimmt wurden. Nach der Kalibrierung des Detektors mit bekannten  $K_\alpha$ -Linien von Eisen und Molybdän, haben wir die Energien der Fluoreszenzstrahlung mehrerer Elemente gemessen. Die Fit-Analyse ergab für die Rydberg-Energie mithilfe der  $K_\alpha$ -Strahlung  $E_R = (13,8 \pm 0,4)$  eV und mithilfe der  $K_\beta$ -Strahlung  $E_R = (13,78 \pm 0,09)$  eV, wobei die  $K_\alpha$ -Methode eine geringere Abweichung vom Literaturwert zeigte. Die erhaltenen Werte stimmen also, innerhalb der Unsicherheiten, mit den theoretischen Erwartungen überein.

Mögliche Fehlerquellen könnten Unsicherheiten bei der Energiekalibrierung, begrenzte Auflösung des Detektors, Streustrahlung oder systematische Abweichungen beim Fitten der Spektren sein. Insgesamt war das Experiment erfolgreich, da die Messwerte gut mit den theoretischen Vorhersagen übereinstimmen, das Moseley'sche Gesetz experimentell bestätigt wurde und die ermittelten Rydberg-Energien in akzeptabler Nähe zu den Literaturwerten liegen.



## 5. Anhang

### 5.1 Spektren



## 5.2 Code

```
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
Z=np.array([22,26,28,29,30,40,42,47])
#K_alpha (Ti, Fe, Ni, Cu, Zn, Zr, Mo, Ag) in keV:

K_alpha=np.array([4.86,6.5,7.31,7.9,8.45,16.01,17.6,21.9])

Delta_K_alpha=np.array([0.2,0.31,0.38,0.3,0.3,0.4,0.18,0.3])
sqrt_K_alpha=np.sqrt(K_alpha)
Delta_sqrt_K_alpha=Delta_K_alpha/(2*K_alpha**(0.5))

plt.errorbar(Z, sqrt_K_alpha, Delta_sqrt_K_alpha, fmt=".")
plt.xlabel('Kernladungszahl Z')
plt.ylabel(r'$\sqrt{E_{\alpha}}/\sqrt{\text{keV}}$', fontsize=14)
plt.title(r'$\sqrt{E_{\alpha}}$' + ' als Funktion von Z')



---


#sqrt_Er, sig12 sind Fitparameter
n1=1
n2=2
def fit_func(x, sqrt_Er, sig12):
    return sqrt_Er*(x-sig12)*np.sqrt(1/n1**2-1/n2**2)
from scipy.optimize import curve_fit
popt, pcov=curve_fit(fit_func, Z, sqrt_K_alpha,
sigma=Delta_sqrt_K_alpha)
plt.errorbar(Z, sqrt_K_alpha, Delta_sqrt_K_alpha, fmt=".")
plt.xlabel('Kernladungszahl Z')
plt.ylabel(r'$\sqrt{E_{\alpha}}/\sqrt{\text{keV}}$', fontsize=14)
plt.title(r'$\sqrt{E_{\alpha}}$' + ' als Funktion von Z')
plt.plot(Z, fit_func(Z,*popt))

print("sqrt_Er=",popt[0], " , Standardfehler=",np.sqrt(pcov[0][0]))
print("sig12=",popt[1], " , Standardfehler=",np.sqrt(pcov[1][1]))



---


Z=np.array([22,26,28,29,30,40,42,47])
#K_alpha (Ti, Fe, Ni, Cu, Zn, Zr, Mo, Ag) in keV:

K_alpha=np.array([5.0,7.1,8.3,8.8,9.6,17.66,19.63,24.9])
```

```
Delta_K_alpha=np.array([0.21,0.67,0.21,0.9,0.2,0.2,0.25,0.19])
sqrt_K_alpha=np.sqrt(K_alpha)
Delta_sqrt_K_alpha=Delta_K_alpha/(2*K_alpha**(0.5))

#sqrt_Er, sig12 sind Fitparameter
n1=1
n2=3
def fit_func(x, sqrt_Er, sig12):
    return sqrt_Er*(x-sig12)*np.sqrt(1/n1**2-1/n2**2)
from scipy.optimize import curve_fit
popt, pcov=curve_fit(fit_func, Z, sqrt_K_alpha,
sigma=Delta_sqrt_K_alpha)
plt.errorbar(Z, sqrt_K_alpha, Delta_sqrt_K_alpha, fmt=".")
plt.xlabel('Kernladungszahl Z')
plt.ylabel(r'$\sqrt{E\_beta}/\sqrt{keV}$ ', fontsize=14)
plt.title(r'$\sqrt{E\_beta}$' + ' als Funktion von Z')
plt.plot(Z, fit_func(Z,*popt))

print("sqrt_Er=",popt[0], " ,Standardfehler=",np.sqrt(pcov[0][0]))
print("sig12=",popt[1], " ,Standardfehler=",np.sqrt(pcov[1][1]))
```

## Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. <https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage>. – [Online; Stand 28.08.2024]
- [2] DR. J. WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 für Studierende der Physik B.Sc.* <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf>. – [Online; Stand 01/2014]